

8 класс. Шәһәр туры

1. 0, 2, 3, 4, 4, 7, 8, 8 һәм 9 цифрларыннан ниндидер натураль санның алтынчы дәрәжәсе булып торучы тугыз урынлы сан төзегез.

Чишү. Искомое число меньше 10^9 , но больше $2 \cdot 10^8$, поэтому основание степени меньше 32, но больше 20. Поскольку сумма цифр делится на 3, основание шестой степени тоже делится на 3. Далее, 21^6 не подходит, так как оканчивается на 1; 24^6 – оканчивается на 6, а 30^6 – на шесть нулей. Вычислив 27^6 , получаем ответ: 387420489.

Ответ. 387420489.

2. $a + b = 1$ икәнлеге билгеле. $a^3 + b^3 + 3ab = 1$ икәннен исбатлагыз.

Чишү. $a^3 + b^3 + 3ab = (a + b)(a^2 - ab + b^2) + 3ab =$
 $= 1 \cdot (a^2 - ab + b^2) + 3ab = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = 1.$

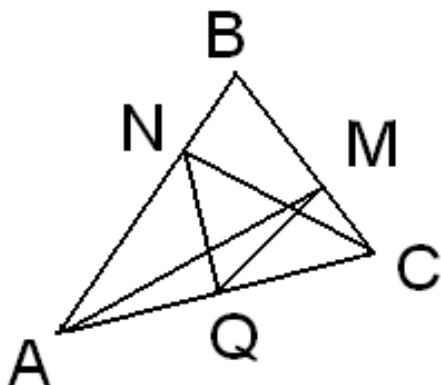
3. Яңа жыйган гөмбәләрдә 90% су, кипкәннәрендә – 12% су бар. 22 кг яңа жыйган гөмбәдән күпме кипкән гөмбә чыга?

Чишү. В свежих грибах сухое вещество составляет 10%, поэтому в 22 кг свежих грибов 2,2 кг сухого вещества, что составляет 88% в сухих грибах. Следовательно, из 22 кг свежих грибов можно получить $\frac{2,2 \cdot 100}{88} = 2,5$ кг сухих грибов.

Ответ. 2,5 кг

4. Кысынкы почмаклы ABC өчпочмагында B почмагы 60° , AM һәм CN – биеклекләр, Q – AC ягының уртасы. MQN өчпочмагының тигезьяклы икәннен исбатлагыз.

Чишү.



NQ – медиана прямоугольного треугольника ANC , опущенная на гипотенузу AC , следовательно, $NQ = AQ$. Аналогично, $MQ = AQ$, значит, $NQ = MQ$. Теперь покажем, что $\angle NQM = 60^\circ$.

$$\angle NQM = 360^\circ - \angle NBM - \angle QNB - \angle BMQ,$$

$$\angle QNB + \angle BMQ = 180^\circ + \angle QNC + \angle QMA = 180^\circ + \angle NCQ + \angle MAQ,$$

$$\angle NCQ + \angle MAQ = \angle BAC - \angle BAM + \angle BCA - \angle BCN =$$

$= \angle BAC + \angle BCA - 60^\circ = 60^\circ$. Следовательно, угол при вершине Q равнобедренного треугольника MQN равен 60° и поэтому этот треугольник является равносторонним.

5. Түгэрэк системадагы шахмат турнирында (һәр кеше һәр кеше белән уйный) жиде укучы катнаша. Ваня 6 партия уйнаган, Толя – 5, Леша һәм Дима – өчәр, Семен һәм Илья – икешәр, Женя – бер партия уйнаган. Леша кемнәр белән уйнаган?

Чишү:

Так как Ваня сыграл с каждым из участников турнира, а Женя сыграл только одну партию, то Женя эту партию сыграл с Ваней. Толя сыграл пять партий, то есть сыграл со всеми участниками, кроме Жени, поэтому Семен и Илья сыграли каждый по две партии: с Ваней и с Толей. Так как Леша и Дима сыграли по три партии, но не с Женей, не с Ильей и не с Семеном, то они могли сыграть только с Ваней, с Толей и между собой. Следовательно, Леша сыграл с Ваней, Димой и Толей.